

# Unstimmigkeit im NRW-Zentralabitur 2014 (Mathematik Grundkurs)

von Alexander Roentgen

In einem Schülerforum im Internet hat am 7. Mai 2014 ein Schüler einen Eintrag veröffentlicht, der auf eine Unstimmigkeit im diesjährigen NRW-Zentralabitur Mathematik (Grundkurs) hinweist. An diesem Tag wurde NRW-weit die Abiturprüfung in diesem Fach geschrieben. Der Schüler schrieb unter der Überschrift „HT 4 GK - Fixvektoraufgabe??!“:

Ich war heute doch sehr verduzt darüber, dass ich obwohl ich im GK bin, auf einmal eine Aufgabe vor mir liegen hatte, die den Fixvektor behandelte. Allerdings stehen in den Vorgaben nur beim Leistungskurs die Fixvektoren. Naja, war dann ziemlich aufgeschmissen. Also ich finde das ne Frechheit..<sup>1</sup>

Offenbar geht es um die Aufgabe HT 4 für den Grundkurs Mathematik. Meiner folgenden Untersuchung liegt die Originalaufgabe 4 (WTR-Version) zugrunde, wie sie auf der CD-ROM zum Buch „Abitur 2015. Prüfungsaufgaben mit Lösungen. Mathematik. Grundkurs. Gymnasium Gesamtschule. Nordrhein-Westfalen. 2011 – 2014“ (Stark-Verlag) veröffentlicht worden ist.

## Die Aufgabenstellung und die Vorgaben

Die betroffene Aufgabe fällt in den Bereich der Linearen Algebra/Matrizenrechnung. Es geht um die „Entwicklung der Population einer bestimmten Seevogelart“, die mit einer  $3 \times 3$ -Matrix „mo-

delliert“ wird. Im Aufgabenteil b)(1) sollten die Schüler untersuchen, „ob es eine von  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

verschiedene stationäre Verteilung gibt, d. h. eine Verteilung, die sich innerhalb eines Jahres nicht ändert“. Im Aufgabenteil b)(4) sollte gezeigt werden, dass eine gegebene von einem Parameter abhängige Verteilung eine stationäre Verteilung ist. („Stationäre Verteilung“ ist ein im sogenannten Sachzusammenhang verwendetes Synonym für „Fixvektor“, also einen Eigenvektor zum Eigenwert 1.)

Merkwürdig ist in der Tat, dass laut Vorgaben für das Zentralabitur im Fach Mathematik<sup>2</sup> und laut Lehrplan Mathematik<sup>3</sup> Fixvektoren/stationäre Verteilungen nur für den Leistungskurs, aber nicht für den Grundkurs als Prüfungs- bzw. Unterrichtsinhalt vorgesehen sind.

---

<sup>1</sup><http://www.abiunity.de/thread.php?threadid=35392&sid=>

<sup>2</sup>„Vorgaben zu den unterrichtlichen Voraussetzungen für die schriftlichen Prüfungen im Abitur in der gymnasialen Oberstufe im Jahr 2014. Vorgaben für das Fach Mathematik“, <http://www.gymnasium-borghorst.de/wp-content/uploads/2011/12/ma-vorgaben-2014.pdf>. Falls dort nicht mehr verfügbar: Die Vorgaben für das Abitur 2015 sind hinsichtlich Matrizenrechnung dieselben wie für 2014: <https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/abitur-gost/getfile.php?file=3368>

<sup>3</sup>Ministerium für Schule und Weiterbildung ... (Hg.). Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe II - Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen. Mathematik. Ritterbach Verlag. Frechen. 1999. S. 23ff. Online: [http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene\\_download/gymnasium\\_os/4720.pdf](http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene_download/gymnasium_os/4720.pdf).

## Einordnung des Schwierigkeitsgrades

Wenn man an dieser Stelle nicht sofort einen Verstoß gegen die Vorgaben feststellen will, so muss man etwas genauer hinschauen und die Aufgabe auf ihren Schwierigkeitsgrad hin untersuchen. Der Lehrplan unterscheidet drei Schwierigkeitsgrade („Anforderungsbereiche“): Anforderungsbereich I (umfasst im Wesentlichen die „Wiedergabe von Kenntnissen“), II („Anwenden von Kenntnissen“) und III („Problemlösen und Werten“). Wenn – wie der Lehrplan und die Vorgaben es vorsehen – Fixvektoren nicht im Unterricht behandelt worden sind, gehören die betroffenen Aufgabenteile (wenn überhaupt zulässig) zum Anforderungsbereich III. – Nur: Wie kann man in mehreren Aufgabenteilen von einem Grundkurschüler erwarten, einen ihm unbekanntem mathematischen Sachverhalt (der nur im Sachzusammenhang „definiert“/erläutert wird) ad hoc zu verstehen, zu beherrschen und anzuwenden, während ein Leistungskurschüler diesen Sachverhalt im Unterricht kennenlernt und einübt? Dann könnte man auch von einem Siebtklässler in einer Klassenarbeit erwarten, den Satz des Pythagoras zu beweisen, ohne dass er vorher von diesem Satz gehört hätte. (Ein unangemessen hoher Schwierigkeitsgrad war schon im Mathematik-Abitur 2013 ein Problem...)

Im Übrigen passt der für den Aufgabenteil b)(1) verwendete sogenannte Operator „untersuchen“ nicht zum Anforderungsbereich III. In der „Übersicht über die Operatoren“<sup>4</sup> ist der Operator „untersuchen“ ausschließlich für den Anforderungsbereich II vorgesehen. In den „Vorgaben für die Konstruktion von Aufgaben für die schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik“ ist zu lesen:

Der Arbeitsauftrag/die Arbeitsaufträge der Prüfungsaufgabe müssen erkennbar auf die drei Anforderungsbereiche „Wiedergabe von Kenntnissen“, „Anwenden von Kenntnissen“ und „Problemlösen und Werten“ bezogen sein [...].

Im Interesse der Eindeutigkeit der mit der Aufgabe verbundenen Leistungsanforderungen orientiert sich die Formulierung der Arbeitsaufträge an den in den Lehrplänen oder den EPA des jeweiligen Fachs vorgesehenen Operatoren.<sup>5</sup>

Der Anforderungsbereich II wäre aber nur dann angemessen, wenn Fixvektoren/stationäre Verteilungen im Unterricht behandelt worden wären, was – wie oben festgestellt – weder der Lehrplan noch die Vorgaben vorsehen. Wie passt das zusammen?

### „Stationäre Verteilungen“ auch im Abitur 2010, 2011 und 2012

Es kommt eine weitere Merkwürdigkeit hinzu: In den vergangenen Jahren hat es immer wieder Aufgaben im Zentralabitur im Fach Mathematik (Grundkurs) gegeben, in denen nach „stationären Verteilungen“ gefragt worden ist (2010: „Rinderherde“, 2011: „Kaffeeröstereien“, 2012: „Reisebüro“). Wenn diese Aufgaben dem Anforderungsbereich III zugeordnet gewesen sein sollten, wenn sie also vom Prüfling eine besonders selbstständige (im Unterricht nicht durch ähnliche Aufgaben geübte) Leistung verlangt haben sollten, dann ist es nicht megamäßig clever, in fast jeder Abiturprüfung der letzten Jahre dieselbe Anforderungsbereich-III-Aufgabe zu stellen. Da könnte man ja gleich die komplette Abiturprüfung des Vorjahres kopieren und wiederholen (ob Rinderherde oder Meerschweinchen, macht ohnehin keinen Unterschied). Wohlgemerkt: Das Schulministerium stellt Schülern und Lehrern die Abiturprüfungen der jeweils letzten drei Jahre im Internet zur Verfügung, versehen mit dem Hinweis:

Die Bereitstellung der Aufgaben geschieht als Sammlung gemäß § 46 UrhG mit der Absicht, dass die Aufgaben ausschließlich zu Lehr- und Lernzwecken genutzt werden. Die Aufgaben können im Unterricht eingesetzt werden, bieten aber auch

<sup>4</sup><https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/abitur-gost/getfile.php?file=188>

<sup>5</sup><https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/abitur-gost/getfile.php?file=2439>

Schülerinnen und Schülern Möglichkeiten einer individuellen und selbstständigen Prüfungsvorbereitung.<sup>6</sup>

Im Übrigen wurde auch in der Abiturprüfung 2010 im Zusammenhang mit stationären Verteilungen der Anforderungsbereich-II-Operator „untersuchen“ verwendet. 2011 sollte nicht nur die „prozentuale Verteilung der Käufer, die sich im Folgemonat nicht ändert“ bestimmt werden, sondern auch „im Hinblick auf das langfristige Käuferverhalten“ interpretiert werden. Wie soll ein Schüler/eine Schülerin diese Aufgabe bearbeiten können ohne das Wissen aus dem Unterricht, dass sich – mathematisch unsauber formuliert – die „langfristigen Verteilungen“ der „stationären Verteilung“ annähern?

### **Kein öffentlicher Protest – warum?**

Es bleibt die Frage, warum die beschriebenen Unstimmigkeiten weder zu einem dienstlichen Protest der betroffenen Lehrer und Lehrerinnen noch zu einem (öffentlichen) Protest der betroffenen Schüler und Schülerinnen geführt haben. Abgesehen von dem eingangs zitierten und einem wieder gelöschten Eintrag habe ich im Internet keine Beschwerden von Schülern entdeckt. Laut „Statusbericht“<sup>7</sup> der Landesregierung zum Zentralabitur 2014 hat lediglich ein Fachlehrer beim Ministerium schriftlich gefragt, ob die Grundkursaufgabe HT 4 den Vorgaben entspreche. Es ist zwar kein gutes Zeichen, dass offenbar nur ein Lehrer die Konformität der Aufgabe HT 4 in Frage gestellt hat, aber vermutlich werden die allermeisten Mathematiklehrer eines Grundkurses im Rahmen der Matrizenrechnung Fixvektoren behandelt haben – sei es „aus Tradition“ in Unkenntnis des Lehrplans und der Vorgaben, sei es aus dem Grunde, dass stationäre Verteilungen häufig Gegenstand der zentralen Abiturprüfung auch im Grundkurs waren. Somit werden auch die allermeisten Schüler diesen Unterrichtsinhalt als prüfungsrelevant angesehen und sich auf Fixvektoren vorbereitet haben, sodass sie in der Prüfung damit keine Probleme hatten.

### **Empfehlung an die Landesregierung**

GOETHE schrieb in seinen *Xenien*:

Liegt der Irrtum nur erst, wie ein Grundstein, im Boden, immer baut man darauf,  
nimmermehr kommt er an den Tag.

Damit der Irrtum nicht weiter im Boden schlummert, empfehle ich dem Ministerium für Schule und Weiterbildung, die beschriebenen Unstimmigkeiten öffentlich einzuräumen.<sup>8</sup> Das wäre die einfachste, ehrlichste und souveränste Lösung. Nur in einer Bananenrepublik werden Pannen vertuscht, nicht aber in einem demokratisch-republikanischen Rechtsstaat. Voraussichtlich werden die wenigsten Schüler Protest/Widerspruch einlegen, da sie de facto nicht negativ betroffen sind. Deren Abitur ist vorbei; die werden froh sein, mit der Schule nichts mehr zu tun zu haben. (Diejenigen Schüler allerdings, die sich an die Vorgaben gehalten haben und von Fixvektoren in der Prüfung überrascht worden sind, hätten gute Gründe, Widerspruch einzulegen.)

Nicht zuletzt im Hinblick auf die Abiturprüfungen 2015 und 2016, die demselben Lehrplan und denselben Vorgaben wie die Prüfung 2014 unterliegen, ist es geboten, die Sache zu klären. „Wer sich an die Vorgaben hält, hat Pech gehabt.“ – Das darf nicht die Lektion sein, die aus dem Abitur der Jahre 2010, 2011, 2012 und 2014 (und womöglich 2015 und 2016) zu ziehen ist.

---

<sup>6</sup>[https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/abitur-gost/faecher\\_aufgaben.php](https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/abitur-gost/faecher_aufgaben.php)

<sup>7</sup>„Zentrale Abiturprüfung 2014 in NRW. Statusbericht der Landesregierung zum Abitur an allgemeinbildenden Schulen“, Landtag Nordrhein-Westfalen. Vorlage 16/1992, <http://www.landtag.nrw.de/portal/WWW/dokumentenarchiv/Dokument?typ=P&Id=MMV16/1992>

<sup>8</sup>Im Statusbericht kommt die Landesregierung zu folgendem Schluss: „Die Frage seitens der Fraktion der FDP, ob 'es im diesjährigen Zentralabitur im Fach Mathematik eine Panne gegeben' hat, kann daher eindeutig verneint werden.“