



Lerninstitut SMS

Strategien für **M**athematik und **S**chule

Gregor Kowalski & Mitarbeiter

Zielorientierte Nachhilfe * Lernseminare * Lernworkshops

Bürgerstraße 6 53173 Bonn

Tel: 0228 / 390 24 01 Mobil: 0174 / 80 13 979 Fax: 0228/ 390 24 02

Email: info@matheferien.de Internet: www.matheferien.de

Fehler im Zentralabitur NRW 2009; Aufgabe M LK 1NT 2, Aufgabenteil a)

Die Aufgabenstellung ist falsch. Die durch die Eigenschaften im Text und in der Graphik beschriebene Funktion ist nicht eindeutig und nicht notwendigerweise ein Vertreter der angegebenen Schar!

Begründung:

Die gesuchte ganzrationale Funktion 3. Grades f hat die Gleichung $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit $a \neq 0$ und gemäß des Textes folgende Eigenschaften:

Einen Tiefpunkt im Punkt $(0/0)$. Dies führt zu den beiden Gleichungen:

$$f(0) = 0; \text{ also } d = 0$$

und

$$f'(0) = 0; \text{ also } c = 0$$

Da der Hochpunkt H und der Punkt P einen horizontalen Abstand von 1 haben, H doppelt so weit von der y -Achse entfernt liegt wie P und beide Punkte denselben y -Wert haben sollen, folgt

$$f'\left(\frac{2}{3}\right) = 0$$

und

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{2}{3}\right).$$

Allerdings sind diese beiden Eigenschaften äquivalent! Sie führen beide zu:

$$a + b = 0.$$

Damit ergibt sich aus den genannten Eigenschaften keine eindeutige Funktionen, sondern die Schar:

$$f(x) = ax^3 - ax^2$$

Damit $(0/0)$ tatsächlich ein Tiefpunkt und H ein Hochpunkt ist, muss zu dem $a < 0$ sein.

Weitere Eigenschaften von f enthält der Text nicht. Damit ist f keinesfalls wie im Aufgabentext formuliert zwingend ein Vertreter der angegeben Schar $f_t(x) = 10 \cdot (-x^3 + tx^2 + (1-t) \cdot x; t \in \mathbb{R}$.

Nur falls $a = -10$ gewählt würde, ist $f(x) = f_1(x)$. Wählt man $a < 0$ und $a \neq -10$, so erhält man eine Funktion mit den genannten Eigenschaften, die jedoch kein Scharvertreter ist.

Damit ist gezeigt, dass die Aufgabestellung und die in ihr formulierte Behauptung falsch sind!

Die Aufgabe ist somit nicht zu lösen!

Auch die Musterlösung beweist nicht die Aussage aus dem Aufgabentext, sondern zeigt nur, dass der Scharvertreter f_1 die im Text genannten Eigenschaften hat. Die logische Umkehrung aber ist das, was die Aufgabenstellung verlangt.

Eine eindeutige Funktion mit den genannten Eigenschaften (wie es in der Aufgabenstellung formuliert ist: „Weisen Sie nach, dass die beschriebenen Funktion...“) existiert also nicht!